


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

 В.А.Богущ
« 20 » 05 2015 г.
Регистрационный № ТД-Г.516 /тип.

Дискретная математика и математическая логика

Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальностей

1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям),

1-31 03 04 Информатика,

1-31 03 05 Актуарная математика,
направлений специальностей

1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика

(математические методы и компьютерное моделирование в экономике),

1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность

(математические методы и программные системы)

СОГЛАСОВАНО

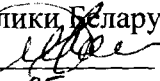
Протокол методического
объединения по естественнонаучному
образованию

« 20 » 05 2015 г. Голстик



СОГЛАСОВАНО

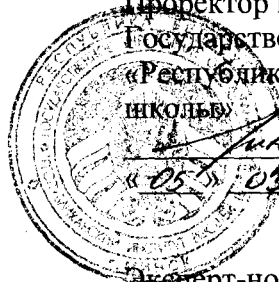
Начальник Управления высшего
образования Министерства образования
Республики Беларусь

 С.И. Романюк
« 20 » 05 2015 г.

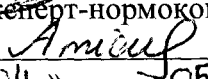
СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической работе
Государственного учреждения образования
«Республиканский институт высшей
школы»

 И.В. Титович
« 05 » 05 2015 г.



Эксперт-нормоконтролер

 А.А. Денисевич
« 04 » 05 2015 г.

Минск 2015

СОСТАВИТЕЛИ:

Ю.Л. Орлович, доцент кафедры дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

В.А. Мощенский, доцент кафедры дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Г.П. Волчкова, старший преподаватель кафедры дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра прикладной математики и информатики Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»;

В.А. Шлык – профессор кафедры естественных наук Государственного учреждения образования «Командно-инженерный институт Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь», доктор физико-математических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ

Кафедрой дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета (протокол № 13 от 16 апреля 2014г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 15 мая 2014г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 7 от 22 апреля 2014г.);

Научно-методическим советом по компьютерной безопасности учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 7 от 22 апреля 2014г.).

Ответственный за редакцию: Ю.Л. Орлович

Ответственный за выпуск: Ю.Л. Орлович

Пояснительная записка

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Дискретная математика и математическая логика» разработана в соответствии с типовыми учебными планами и образовательными стандартами первой ступени высшего образования по специальностям 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)», 1-31 03 04 «Информатика», 1-31 03 05 «Актuarная математика»; направлениям специальностей 1-31 03 06-01 «Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике)», 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)».

Основной спецификой дискретной математики и математической логики является алгоритмическая основа и демонстрация использования дискретности в современной науке. Учебная дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» является не только фундаментом математической кибернетики, но и важным звеном математического образования для специалистов в области прикладной математики и информатики.

Учебная дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» знакомит студентов с важнейшими классами дискретных структур: конечными множествами, комбинаторными конфигурациями, булевыми функциями, графами, грамматиками, кодами. Указанные структуры лежат в основе перечислительной комбинаторики, комбинаторной оптимизации, криптографии и являются базовыми для других прикладных областей, которые в значительной мере определяют лицо современной информатики.

В типовую учебную программу учебной дисциплины включены следующие важные разделы современной дискретной математики и математической логики: высказывания и предикаты, множества и отношения, комбинаторный анализ, булевы функции, графы, формальные грамматик и языки, алгоритмические модели.

Цель преподавания учебной дисциплины «Дискретная математика и математическая логика»: обучение методам решения задач, характерных для дискретной математики, и соответствующему логико-комбинаторному стилю мышления, формирование у студентов современного математического кругозора, овладение навыками логико-комбинаторного мышления.

При изложении материала учебной дисциплины целесообразно акцентировать внимание на принципах логических построений, способах описания множеств с помощью предикативных формул, а также на эффективности применения аппарата математической логики и теории множеств для решения задач комбинаторики, теории булевых функций и теории графов.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Дискретная математика и математическая логика»:

- ознакомление студентов с такими фундаментальными понятиями как логическая формула, предикат, множество, полнота, замкнутость, алгоритм и др.;
- изучение подходов к описанию множеств и операций над ними, а также записи математических утверждений с помощью формул логики предикатов;
- применение методов математической логики и теории множеств для решения задач перечислительной комбинаторики и теории графов;
- обучение методам сравнения и классификации массовых проблем и алгоритмов по их сложности.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен **знать:**

- базовые понятия теории множеств;
- основные логические операции и равносильности;
- классические комбинаторные объекты;
- элементарные булевы функции и функции многозначной логики;
- основные понятия и факты теории графов;
- элементы теории формальных грамматик и языков;
- классические модели вычислений (машины Тьюринга и частично-рекурсивные функции);
- начальные сведения о классах сложности P и NP ;
- основные примеры кодов;

уметь:

- переводить предложения на формальный язык логики высказываний;
- применять логику предикатов для описания математических понятий;
- решать базовые комбинаторные задачи;
- строить специальные представления булевых функций;
- исследовать на полноту системы булевых функций;
- исследовать на изоморфизм простейшие графы, определять связность, двудольность и планарность графов;
- анализировать и строить конкретные грамматики;
- программировать на языке машин Тьюринга;
- определять принадлежность числовых функций к классам примитивно-рекурсивных, частично-рекурсивных и общерекурсивных функций;

владеть:

- методами комбинаторного анализа и теории графов;
- методами исследования булевых функций;
- методами построения формальных грамматик и анализа языков;
- навыками программирования на языке машин Тьюринга.

Учебная дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» связана с учебными дисциплинами «Геометрия и алгебра», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Вычислительные методы алгебры».

Типовая учебная программа рассчитана на 208 часов, из них 136 аудиторных часов, примерное распределение которых по видам занятий включает: 68 лекционных часов и 68 часов лабораторных занятий.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен, зачеты.

В результате изучения учебной дисциплины специалист должен владеть следующими академическими компетенциями (АК) и профессиональными компетенциями (ПК):

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Уметь работать самостоятельно.

АК-3. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

ПК-1. Работать с научно-технической, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-2. Разрабатывать модели явлений, процессов или систем при организации защиты информации.

ПК-3. Профессионально ставить задачи, вырабатывать и принимать решения.

ПК-4. Эксплуатировать, сопровождать и разрабатывать соответствующие программные компьютерные системы.

ПК-5. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

Примерный тематический план

№ темы	Количество аудиторных часов	
Содержание	Лекции	Лабораторные занятия
Раздел I. Высказывания и предикаты		
1. Алгебра высказываний	4	4
2. Логика предикатов	6	4
Раздел II. Комбинаторный анализ		
3. Множества и отображения. Бинарные отношения	4	4
4. Классические комбинаторные объекты	4	6
5. Новые комбинаторные объекты	2	2
6. Методы перечисления	6	6
Раздел III. Булевы функции		
7. Начальные понятия	2	2
8. Представления булевых функций	4	4
9. Замкнутость и полнота систем булевых функций	2	2
10. Минимизация булевых функций	2	2
Раздел IV. Графы		
11. Начальные понятия	4	6
12. Двудольные графы и деревья	2	2
13. Плоские и планарные графы	2	2
14. Обходы графов	2	2
15. Раскраски	2	2
Раздел V. Формальные грамматики и языки		
16. Иерархия грамматик	2	4
17. Иерархия языков	2	4
18. Приложения грамматик	2	
Раздел VI. Алгоритмические модели		
19. Машины Тьюринга и вычислимые по Тьюрингу функции	4	4
20. Рекурсивные функции	2	2
21. Алгоритмически неразрешимые массовые проблемы	2	
22. Теория сложности: классы P и NP	4	2
Раздел VII. Элементы теории кодирования		
23. Задачи кодирования. Простейшие коды	2	2
Всего часов	136	

Содержание учебного материала

Раздел I. Высказывания и предикаты

1. Алгебра высказываний

Высказывания. Логические операции над высказываниями («отрицание», «конъюнкция», «дизъюнкция», «импликация», «эквивалентность»). Конструирование сложных высказываний. Формулы логики высказываний. Равносильные формулы, тавтологии, противоречия. Основные равносильности. Теоремы о равносильных формулах. Логическое следование. Теорема о логическом следствии. Следование и равносильность формул. Важнейшие правила следования («рассуждение от противного», «правило вывода», «силлогизм», «введение дизъюнкции», «удаления конъюнкции», «контрапозиция», «соединение посылок», «перемена посылок» и др.). Применения языка логики высказываний (прямая и обратная теоремы, необходимые и достаточные условия, упрощение систем высказываний, анализ рассуждений, релейно-контактные схемы).

2. Логика предикатов

Недостаточность логики высказываний для анализа рассуждений. Понятие предиката. Классификация предикатов. Множество истинности предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции над предикатами. Формулы логики предикатов. Интерпретации и классификация формул логики предикатов. Общезначимые формулы (тавтологии) логики предикатов. Равносильные формулы логики предикатов. Приведённая и нормальная формы для формул логики предикатов. Проблемы разрешения для общезначимости и выполнимости формул логики предикатов (основные понятия). Применение логики предикатов для описания математических понятий.

Раздел II. Комбинаторный анализ

3. Множества и отображения. Бинарные отношения

Множества, способы задания множеств. Подмножества и их свойства. Операции над множествами. Декартовы произведения множеств. Основные теоретико-множественные тождества. Покрытия и разбиения множеств. Понятие о мощности множества. Понятие отображения. Основные классы отображений (инъективные, сюръективные и биективные отображения). Композиция отображений. Обратное отображение. Принцип Дирихле. Бинарные отношения и их свойства. Операции над бинарными отношениями. Типы бинарных отношений. Отображение как функциональное отношение. Отношения эквивалентности и порядка.

4. Классические комбинаторные объекты

Основные правила комбинаторики (правила суммы, произведения и вычитания, биективное правило). Выборки. Типы выборок. Размещения без повторений и с повторениями. Перестановки. Сочетания без повторений и с повторениями. Связь сочетаний с задачами о числе решений специальных диофантовых уравнений. Биномиальная теорема. Бином Ньютона. Биномиальные тождества.

5. Новые комбинаторные объекты

Полиномиальный коэффициент. Мультимножества. Перестановки мультимножеств. Полиномиальная теорема. Разбиения множеств и чисел. Числа Стирлинга второго рода.

6. Методы перечисления

Формула включений и исключений. Применения формулы включений и исключений («беспорядки», число сюръективных отображений, формула Эйлера). Рекуррентные соотношения. Линейные однородные рекуррентные соотношения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные рекуррентные соотношения k -го порядка с постоянными коэффициентами. Производящие функции. Операции над производящими функциями. Основные последовательности и связанные с ними производящие функции. Производящие функции и комбинаторные подсчеты. Решение рекуррентных соотношений методом производящих функций. Примеры нелинейных рекуррентностей (числа Каталана).

Раздел III. Булевы функции

7. Начальные понятия

Булевы функции. Табличное задание булевых функций. Число булевых функций от n переменных. Элементарные булевы функции. Существенные и фиктивные переменные булевых функций. Разложение Шеннона булевых функций по переменной. Двойственность. Принцип двойственности.

8. Представления булевых функций

Представление булевых функций посредством формул. Равносильные формулы. Основные равносильности. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ и СДНФ). Алгоритмы построения СДНФ. Единственность СДНФ. Конъюнктивные нормальные формы (КНФ и СКНФ). Алгоритмы построения СКНФ. Единственность СКНФ. Полиномиальные нормальные формы. Полином Жегалкина. Единственность полинома Жегалкина. Методы построения полинома Жегалкина.

9. Замкнутость и полнота систем булевых функций

Замыкание. Замкнутые классы булевых функций. Понятие полной системы. Примеры полных систем. Основные замкнутые классы и их свойства (классы T_0 , T_1 , L , S , M). Теорема Поста (критерий функциональной полноты). Понятие базиса. Теорема о максимальном числе функций в базисе. Предполные классы булевых функций. Теорема о предполных классах. Функции k -значной логики (основные понятия).

10. Минимизация булевых функций

Минимизация булевых функций в классе ДНФ. Типы ДНФ, связанных с задачами минимизации булевых функций (сокращенная, тупиковая и минимальная ДНФ). Методы Квайна и Блейк – Порецкого минимизации булевых функций в классе ДНФ.

Раздел IV. Графы

11. Начальные понятия

Определение графа. Некоторые специальные графы. Абстрактные и помеченные графы. Число помеченных графов. Изоморфизм графов. Способы задания графов. Подграфы. Операции над графами (локальные операции, алгебраические операции). Степенная последовательность графа. Маршруты, связность, метрические инварианты, поиск в ширину. Связь между числами вершин, ребер и компонент связности графа.

12. Двудольные графы и деревья

Двудольные графы. Критерий Кёнига двудольности графа. Деревья. Эквивалентные определения дерева. Код Прюфера дерева. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.

13. Плоские и планарные графы

Плоские и планарные графы. Грани плоского графа. Формула Эйлера. Свойства планарных графов. Критерий планарности Понтрягина – Куратовского. Критерий Вагнера.

14. Обходы графов

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Алгоритмы построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы и цепи. Необходимые условия гамильтоновости графов. Достаточные условия гамильтоновости графов. Гамильтоновы свойства планарных графов.

15. Раскраски

Вершинная раскраска и хроматическое число графа. Алгоритм последовательной раскраски вершин графа. Оценки хроматического числа. Хроматический полином графа.

Раздел V. Формальные грамматики и языки

16. Иерархия грамматик

Алфавиты, цепочки, языки. Основные операции над цепочками и языками. Понятие порождающей грамматики. Иерархия грамматик Хомского. Некоторые свойства грамматик. Примеры порождения языков с использованием грамматик.

17. Иерархия языков

Леммы о разрастании для А-языков и КС-языков. Иерархия языков. Понятие о грамматическом разборе. Теорема о распознавании НС-языков. Распознавание П-языков.

18. Приложения грамматик

КС-грамматики и синтез языков программирования. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы и А-языки.

Раздел VI. Алгоритмические модели

19. Машины Тьюринга и вычислимые по Тьюрингу функции

Интуитивное понятие алгоритма и необходимость его уточнения. Машина Тьюринга (одноленточная детерминированная). Синтез машин Тьюринга (композиция, разветвление и итерация машин). Функции, вычислимые по

Тьюрингу. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов). Многоленточные детерминированные и недетерминированные машины Тьюринга.

20. Рекурсивные функции

Простейшие арифметические функции. Операции суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации. Классы рекурсивных функций, соотношения между ними и классом функций, вычислимых по Тьюрингу. Тезис Чёрча (основная гипотеза теории рекурсивных функций).

21. Алгоритмически неразрешимые массовые проблемы

Существование не вычислимых по Тьюрингу функций. Пример не вычислимой по Тьюрингу функции. Понятие массовой проблемы. Алгоритмически неразрешимые массовые проблемы в общей теории алгоритмов (проблема распознавания самоприменимости и проблема соответствий Поста).

22. Теория сложности: классы P и NP

Понятие о сложности алгоритма и о сложностях вычислений. Алгоритмическая сводимость массовых проблем. Проблемы распознавания. Понятие о классах P и NP . Проблема $P = ?NP$. Полиномиальная сводимость массовых проблем распознавания. Понятие NP -полной проблемы. Проблема выполнимости и другие важнейшие NP -полные проблемы.

Раздел VII. Элементы теории кодирования

23. Задачи кодирования. Простейшие коды

Схема передачи информации. Двоичное кодирование. Примеры кодовых систем. Критерий делимости кода. Оптимальные коды, метод Хаффмена. Самокорректирующиеся коды (код Хэмминга) с исправлением одного замещения.

Информационно-методическая часть

Литература

Основная

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 416 с.
2. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. – М.: Наука, 1990. – 384 с.
3. Игошин В.И. Теория алгоритмов: учеб. пособие. – М.: ИНФРА-М, 2013. – 318 с.
4. Мощенский А.В., Мощенский В.А. Курс математической логики. – Мн.: БГУ, 1999. – 129 с.
5. Мощенский А.В., Мощенский В.А. Математические основы информатики. – Мн.: БГУ, 2002. – 149 с.
6. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. – М.: Изд-во МАИ, 1992. – 264 с.
7. Шоломов Л.А. Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств. – М.: Наука, 1980. – 402 с.

8. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1979. – 272 с.

Дополнительная

9. Андерсон Дж.А. Дискретная математика и комбинаторика. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 960 с.

10. Гладкий А.В. Формальные грамматики и языки. М.: Наука, 1973. – 368 с.

11. Журавлев Ю.И., Флеров Ю.А., Федько О.С. Дадашев Т.М. Сборник задач по дискретному анализу. Комбинаторика. Элементы алгебры логики. Теория графов. – М.: МФТИ, 2004. – 100 с.

12. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. И. Игошин. – 2-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 448 с.

13. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.И.Игошин. – 3-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 304 с.

14. Йордан Денев и др. Дискретная математика. – София: Наука, 1985. – 312 с.

15. Марченков С.С. Булевы функции. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 72 с.

16. Романовский И.В. Дискретный анализ. – С.-Петербург, 1999. – 158 с.

17. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. М.: Мир, 1990. – 440 с.

18. Харари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973. – 300 с.

19. Холл М. Комбинаторика. – М.: Мир, 1970. – 424 с.

20. Хопкорфт Дж. и др. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2002. – 528 с.

21. Шульц М.М. Комбинаторика. Спецкурс. Учебное пособие. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2009. – 167 с.

Диагностика компетенций студента

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Дискретная математика и математическая логика» рекомендуется особое внимание обратить на разнообразие новых обозначений и терминов, не используемых в рамках школьной программы. В силу отсутствия у студентов первого курса необходимых навыков обучения интенсивность подачи материала следует ограничивать в начале семестра и постепенно наращивать к концу семестра.

В силу различного уровня готовности студентов к восприятию новых понятий на лабораторных занятиях по учебной дисциплине рекомендуется проводить регулярные самостоятельные работы и при необходимости проводить дополнительные консультации для объяснения и закрепления сложного материала.

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются наличием и полной доступностью электронных (и бумажных)

вариантов курсов лекций, учебно-методических пособий и сборников задач по основным разделам дисциплины.

Текущий контроль усвоения знаний по учебной дисциплине «Дискретная математика и математическая логика» рекомендуется осуществлять в виде проведения коллоквиума и письменных контрольных работ. Для закрепления и проверки знаний и умений студентов рекомендуется решение задач по каждому разделу дисциплины с объяснением новых вводимых понятий, а также устного опроса студентов и регулярного проведения самостоятельных работ.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен, зачеты.